GEOMETRIE DANS L'ESPACES

EXERCICE N°1 :	10'	4 points	

1) Ecrire une équation de la sphère de centre I et de rayon R dans chacun des cas suivants :

a) I(1, 2, 3) et R = 1

b) I(-1, 0, 3) et R = $\sqrt{2}$

2) Ecrire une équation cartésienne de la sphère de diamètre [AB]

a) A(-1, 3, 0) et B(0, 0, -2)

b) A(1, -2, 2) et B(1, -1 , -2)

EXERCICE N°2 :	30'	6 points	

1) Déterminer l'ensemble des points M(x, y, z) de l'espace tels que :

a) $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z + 12 = 0$

b) $x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 4y - 2z + 5 = 0$

c) $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 2y + 6z - 8 = 0$

2) Etudier dans chacun des cas suivants la position relative de la sphère S et du plan P :

a) P : x - y = 0 et S : $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z = 0$

b) P : 2x + 3y - 2z + 1 = 0 et S : $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 6z = 0$

c) P : x + y = 0 et S : $x^2 + y^2 + z^2 - 2x = 0$

EXERCICE N°3 :	30'	5 points	

L'espace ξ est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

P le plan d'équation cartésienne: $2x - y + 2z - 4 = 0$.

1) Soit $A(0,1,-2)$; Calculer $d(A, P)$.

2) Déterminer une représentation paramétrique de la droite D perpendiculaire au plan P et passant par A.

3) a) Donner une équation cartésienne de la sphère (S) de centre A et tangente au plan P.

b) Déterminer les coordonnées de C point de contact de S avec P.

4) Trouver une équation cartésienne du plan Q strictement parallèle au plan P et tangente à (S).

EXERCICE N°4 : | 30' | 5 points

Dans l'espace ξ rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ on considère les points :

$A(2,1,0)$; $B(1,2,2)$ et $C(3,3,1)$

1) a) Montrer que les points A, B et C déterminent un plan P.

b) Montrer qu'une équation cartésienne du plan P est : $x-y+z-1=0$

2) a) Montrer que le triangle ABC est équilatéral.

b) Déterminer les coordonnées du point G centre de gravité du triangle ABC.

3) Soit (S) l'ensemble des points M(x,y,z) de ξ vérifiant : $x^2+y^2+z^2-2x-6y+5=0$.

a) Montrer que (S) est une sphère dont on précisera le rayon et les coordonnées du centre I.

b) Vérifier que les points A, B et C appartiennent à (S), en déduire l'intersection de la sphère (S) et le plan P.

c) Donner des équations des plans P_1 et P_2 parallèles à P et tangents à la sphère (S).

EXERCICE N°5 : | 30' | 6 points

L'espace étant rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ on considère les points :

$A(6,0,0)$; $B(0,6,0)$; $C(0,0,6)$ et $D(-2,-2,-2)$

1) a) Vérifier que les points A, B et C déterminent un plan P dont une équation cartésienne est $x+y+z-6=0$.

b) Vérifier que la droite (OD) est perpendiculaire au plan P.

c) Donner un système d'équation paramétriques de la droite (OD).

d) Soit H le projeté orthogonal du point O sur le plan P.

Vérifier que H a pour coordonnées $(2,2,2)$ et qu'il est équidistant de A, B et C.

e) En déduire que (OD) est l'axe du cercle circonscrit au triangle ABC.

2) Soit Q le plan médiateur du segment $[CD]$.

a) Montrer qu'une équation cartésienne de Q est : $x+y+4z-6=0$.

b) Montrer que (OD) coupe Q en un point Ω dont on déterminera les coordonnées.

3) Soit S la sphère de centre Ω et rayon $3\sqrt{3}$.

a) Ecrire une équation cartésienne de S.

b) Vérifier que S passe par A, B, C et D.

c) Quelle est alors l'intersection de S et P ?